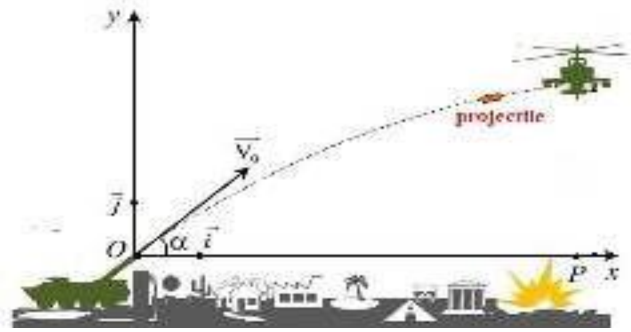
Cours N°PM 11 : Mouvements plans

Introduction **Lors d'une guerre, un soldat lance une bombe avec un certain angle d'inclinaison par rapport à l'horizontale. La figure ci-contre représente la trajectoire de la bombe. La bombe est donc un projectile en mouvement dans un plan, en deux dimensions (l'horizontale et la verticale), soumis uniquement à son poids. Qu'est-ce qu'un mouvement plan ? Comment déterminer sa trajectoire ? Quelle est l'influence des conditions initiales sur ce type de mouvement ?**

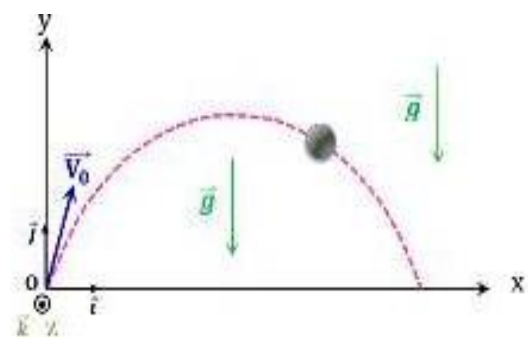


I-Mouvement d'un projectile dans un champ uniforme :

1- Etude expérimentale

Un projectile est lancé à l'instant $t = 0$ avec une vitesse $\vec{V}_0$ faisant un angle α par rapport à l'horizontale. On assimile le projectile à un **point matériel** ce qui nous permet de le réduire au mouvement de son centre d'inertie **G**. L'étude est réalisée avec les approximations suivantes

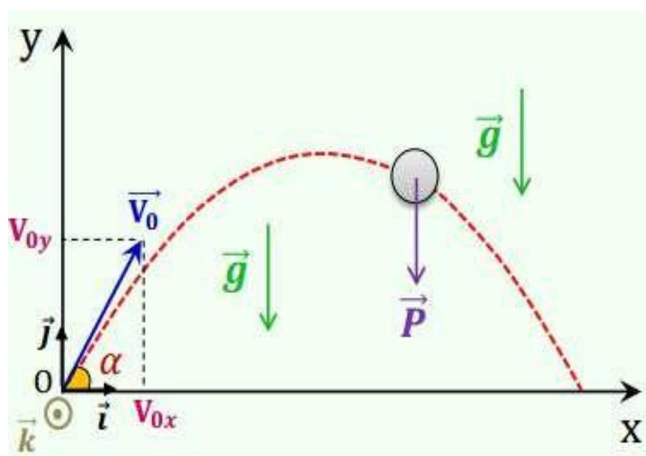
- On considère que le champ de pesanteur $\vec{g}$ est uniforme,
- On néglige la poussée d'Archimède et les frottements par rapport au poids du système.



On étudie le mouvement du projectile dans le référentiel terrestre qu'on suppose galiléen avec une bonne approximation, muni d'un repère cartésienne $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$**.** Le mouvement a lieu dans le plan $(O,\vec{i},\vec{j})$ qui contient les vecteurs $\vec{V}_0$, $\vec{g}$, et **O** la position initiale du projectile G.

2- Etude théorique : Etude du mouvement d'un projectile dans un champ uniforme.

Activité : Un projectile de masse **m** est lancé à l'instant $t = 0$ avec une vitesse $\vec{V}_0$ faisant un angle α par rapport à l'horizontale. On étudie le mouvement du projectile dans le référentiel terrestre qu'on suppose galiléen avec une bonne approximation, muni d'un repère cartésienne $R\ (O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Le mouvement a lieu dans le plan $(O,\vec{i},\vec{j})$ qui contient les vecteurs $\vec{V}_0$ et $\vec{g}$, **O** est la position initiale du projectile G.



On considère le référentiel terrestre comme galiléen $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ car la durée de la chute est faible devant la période de rotation de la Terre (**24 h**).

Condititions initiales

- Le projectile a lancé de point O ……
……
……
- Les coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{V}_0$

$\vec{V}_0$ ………………………………………………
………………………………………………
………………………………………………

Le système étudié : ……………………………

Bilan des forces : ………

En appliquant le 2ème loi de Newton, déterminer les équations horaires des mouvements $x(t)$ $et\ y(t)$:

....

En faisant la projection de la relation précédente sur le repère $R(O,\vec{i},\vec{j})$

L'expression du vecteur – accélération $\vec{a}_G$

$$\begin{cases} .... = ... \\ .... = ... \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} .... = ... \\ .... = ... \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} .... = ... \\ .... = ... \end{cases}$$

Alors $\vec{a_G} \begin{vmatrix} a_x = ... \\ a_y = ... \\ a_z = ... \end{vmatrix}$

Remarque :

$a_x = \cdots$ ...: Mouvement ....

$a_y = \cdots$ ... ...: Mouvement ....

L'expression du vecteur – vitesse $\vec{V}_G$

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = ... \\ \frac{dv_y}{dt} = ... \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} .... = ... \\ .... = ... \end{cases}$$

On détermine les constantes ..... et ..... En utilisant les conditions initiales à $t = 0$:

....

....

D'où le vecteur - vitesse est

$\vec{V}_G \begin{vmatrix} V_x = ... \\ V_y = ... \\ V_z = ... \end{vmatrix}$

- **La vitesse horizontale est** ...., donc le mouvement horizontal est ....
- Le mouvement vertical, lui, est **uniformément accéléré** car l'accélération **verticale est constante**

Les équations horaires des mouvements $x(t)$ $et\ y(t)$:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ... \\ \frac{dy}{dt} = ... \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} .... = ... \\ .... = ... \end{cases}$$

On détermine les constantes ...... et ...... En utilisant les conditions initiales à $t = 0$: .

....

D'où les équations horaires sont :

$\vec{OG} \begin{vmatrix} x(t) = ... \\ y(t) = ... \\ z(t) = ... \end{vmatrix}$

Equation de trajectoire $y = f(x)$

On établit l'équation de la trajectoire en éliminant le paramètre t des équations horaires.

$$\begin{cases} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

Caractéristiques de la trajectoire $y = f(x)$

a- La flèche :

La flèche c'est la **distanc**e entre **le sommet** de la trajectoire et **l'axe des abscisses**.

Au point **F (à l'instant t_F)** on a $\left(V_y = \frac{dy}{dt} = 0\right)$ ou $\frac{dy}{dx} = 0$

Déterminons les coordonnées du point F (x_F ; y_F).

$$\dots\dots\dots. - \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots. - t_F = \dots\dots.\dots\dots\dots$$

$$x_F = \dots\dots\dots.\dots\dots\dots.\dots\dots\dots. = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$Avec$: $\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)$

b- La portée :

La portée c'est le **point du sol** sur lequel arrive **le projectile** après **sa chute**.

Au point **F (à l'instant t_p)** on a $(x_p = OP)$ **et** $(y_p = 0)$

Remarque : La plus grande **portée** correspond à $\sin(2\alpha) = 1$ - .... — ....

En générale les équations horaires s'écrivent sous la forme :

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = (V_0 cos\alpha).t + x_0 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0 sin\alpha).t + y_0 \\ z = 0 \end{cases}$$

Telle que :
x_0 est l'abscisse à l'instant $t = 0$
et y_0 est l'ordonnée à $t = 0$

Par conséquences les expressions de la portée et la flèche sont :

$$x_P = \frac{V_0^2 \sin(2\alpha)}{g} + x_0$$

$$y_F = \frac{V_0^2 . \sin\alpha^2}{2g} + y_0$$

$$x_F = \frac{V_0^2 . \sin 2\alpha}{2g} + x_0$$

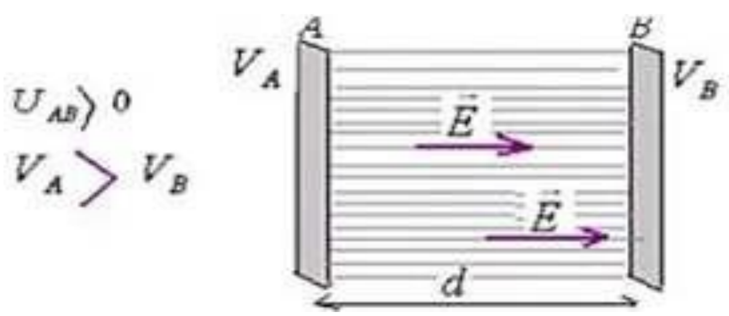
II- *Mouvement* d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme (*SM*)

1- Rappel :Champ électrique uniforme

- **Toute charge** q placé dans un champ électrique $\vec{E}$ est soumise à une force électrique: $\vec{F} = q.\vec{E}$. d'intensité: $F = |q|.E$ .L'unité de l'intensité du champ électrique est : **(**$C.N^{-1}$**) ou (** $V.m^{-1}$)

- Un champ électrique $\vec{E}$ est dit uniforme, s'il est constant en direction, en sens et en valeur.

Exemple : Entre deux plaques métalliques parallèles soumises à une différence de potentielle, il existe un champ électrique uniforme.



V_A : *Potentiel de la plaque A*;

V_B: *Potentiel de la plaque B*

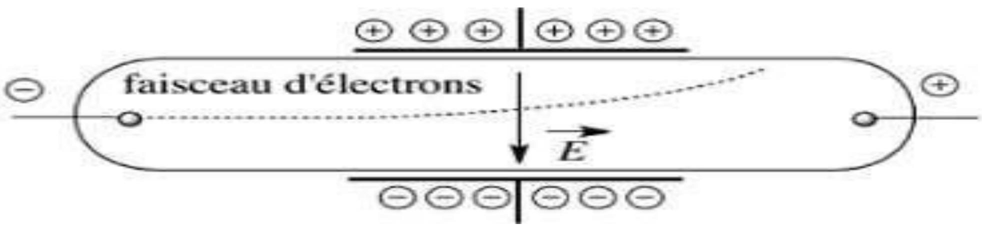
d : *Distance entre les deux plaques*

- Entre les deux plaques le champ électrique est uniforme ;
- Les lignes de champ sont parallèles entre elles et perpendiculaires aux plans des plaques .
- Le vecteur champ électrique $\vec{E}$ a le sens des potentiels décroissants c'est-à-dire de la plaque ayant le plus grand potentiel vers celle ayant le plus petit potentiel.
- **La norme** du champ électrique $\vec{E}$ entre les plaques : $E = \frac{U_{AB}}{d}$ en (V/m) avec : $U_{AB} = V_A - V_B$

2- Influence de champ électrique sur une particule chargée

On utilise un tube de **Crookes** qui contient un canon d'électrons qui permet d'obtenir un faisceau d'électrons ayant la même vitesse et à l'intérieur duquel il y'a un champ électrique uniforme, faisceau d'électrons. Les électrons entrent dans le champ électrique avec une vitesse $\vec{V}$, perpendiculaire à $\vec{E}$.

On constate expérimentalement que la trajectoire du faisceau d'électrons **est une portion de parabole**.

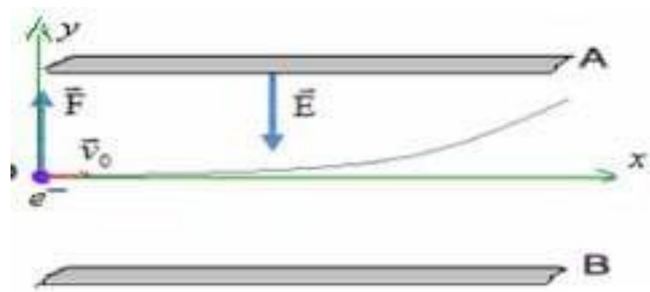


3- Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

Etude théorique :

Le système étudié : {......................................}

On considère un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$ confondu avec le plan du mouvement de la particule et qu'on suppose galiléen (voir la figure ci-contre) :



Condititions initiales :

- L'électron a lancé de point O $(x_0 = \cdots\ ;\ y_0 = \cdots.)$
- Les coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{V}_0 \begin{cases} \cdots\cdots = \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots = \cdots\cdots\cdots \end{cases}$

Les coordonnées du vecteur champ électrique sont : $\vec{E}\left| \begin{array}{l} E_x = \cdots\cdots \\ E_y = \cdots\cdots \end{array} \right.$ **ou sous forme** $\vec{E} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Bilan des forces : ....

En appliquant le 2ème loi de Newton, déterminer les équations horaires des mouvements $x(t)$ *et* $y(t)$ **:**

....

En faisant la projection de la relation précédente sur le repère $R(O,\vec{i},\vec{j})$

$$\begin{cases} \cdots\cdots = \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots = \cdots\cdots\cdots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cdots\cdots = \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots = \cdots\cdots\cdots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = \cdots\cdots \\ \dfrac{dv_y}{dt} = \cdots\cdots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cdots\cdots = \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots = \cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

Suivant l'axe (ox) le mouvement ....

Suivant l'axe (oy) le mouvement ....

Equations horaires $x(t)$ et $y(t)$

D'après les conditions initiales, les équations horaires deviennent :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dots\dots\dots \\ \dfrac{dy}{dt} = \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots = \dots\dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots\dots \end{cases} \qquad \begin{cases} \dots\dots = \dots\dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots\dots \end{cases}$$

Equation de trajectoire $y = f(x)$

On établit l'équation de la trajectoire en éliminant le paramètre t des équations horaires.

$$\begin{cases} \dots\dots = \dots\dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots = \dots\dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots\dots \end{cases}$$

D'où l'équation de la trajectoire est :

$$y(x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

Alors la trajectoire la particule chargée dans le champ électrique est : ....

Les coordonnées du point de sortie de l'électron du champ électrique :

Soit **S** point de sortie de l'électrons $x_s = \dots\dots$ En remplaçant dans y on trouve **:** ....

Vitesse de l'électron lorsque quitte le champ électrique :

On a $x = \dots\dots$ le temps mis par l'électron pour arriver au point S est $t_s = \dots$ d'où : $\vec{V}_S$ $\begin{cases} \dots\dots = \dots\dots\dots \\ \dots\dots = \dots\dots\dots \end{cases}$

....

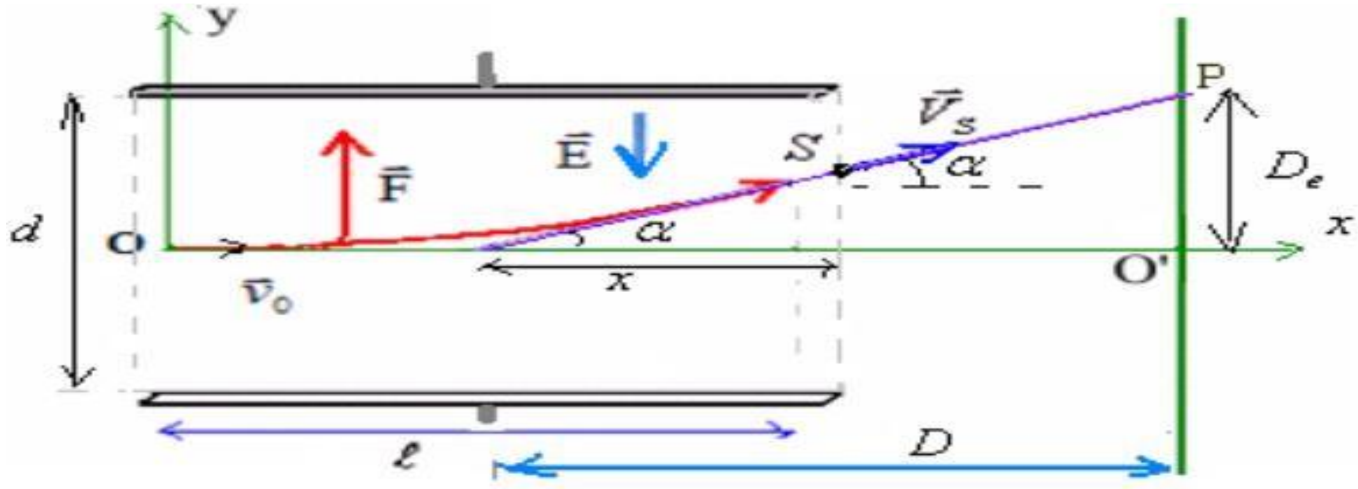
....

....

Déflexion électrique :

On appelle **déflexion électrique** la distance D_e entre **le point d'impact O'** de la particule chargée avec l'écran **en absence du champ électrique** et **le point d'impact P** de la particule chargée avec l'écran **en présence du champ électrique.** Apres sa sortie du champ électrique l'électron a un mouvement rectiligne uniforme jusqu'à ce qu'il rencontre l'écran au point P. (voir la figure)

Déterminer l'expression de D_e en fonction de e ; $P; D; m; d; V_0$ *et* U



....

....

....

....

....

....

....

....

....

Conclusion

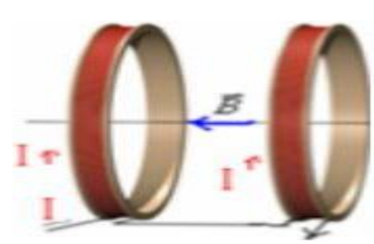
....

....

III- *Mouvement* d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme.

1- Rappel : Champ magnétique uniforme

Un champ magnétique est dit uniforme, s'il est constant en direction, en sens et en valeur. L'unité de l'intensité du champ magnétique est le tesla (T).



Exemple : **Le champ magnétique** est uniforme entre les bobines d'Helmholtz parcourues par un courant électrique.

Remarque

si le vecteur $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan de la feuille et dirigée **vers l'avant** on le représente par : ....

si le vecteur $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan de la feuille et dirigée **vers l'arrière** on le représente par : ....

2- Influence d’un champ magnétique sur une particule chargée

a- Etude expérimentale

On utilise **un tube de crookes** (qui contient un canon d'électrons permettant d'obtenir un faisceau d'électrons ayant la même vitesse) à l'intérieur duquel il y'a un champ magnétique uniforme entre deux bobines d'Helmholtz parcourues par un courant électrique.

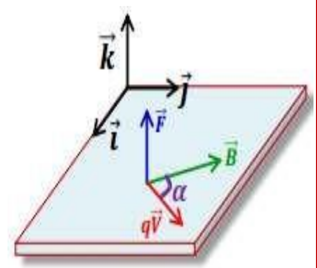
Appareil pour l’étude de la trajectoire des électrons dans un champ magnétique.

Dans le cas où $\vec{V}_0$ et $\vec{B}$ sont perpendiculaires la trajectoire des électrons est circulaire.

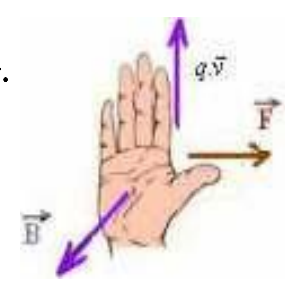
3- force de Lorentz.

« **Toute particule chargée de vitesse $\vec{V}$ est soumise dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ à une force magnétique appelée *force de Lorentz* donnée par la relation suivante:** $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$ »

Les caractéristiques de la force de Lorentz



- **Point d’application** : La particule supposée ponctuelle ;
- **Direction :** La droite perpendiculaire au plan défini par $\vec{V}$ et $\vec{B}$.
- **Sens :** il est donné par le règle de la main droite suivante : En plaçant la main droite tendue de sorte les doigts soient dans le sens du produit $q.\vec{V}$ et la paume de la main soit dirigée dans le sens de $\vec{B}$, le puce tendu indique le sens de la force magnétique.



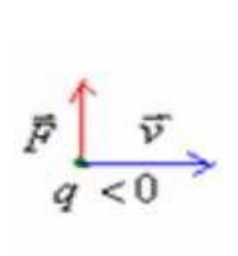
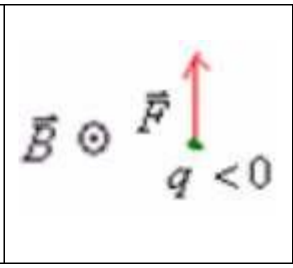
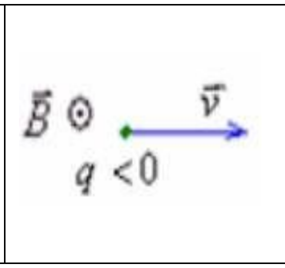
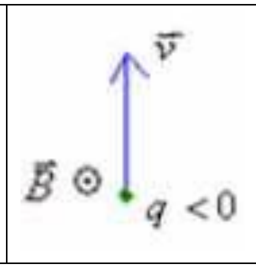
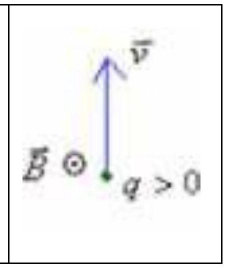
Remarque **si la charge $q > 0$ alors le produit $q.\vec{V}$ a le même sens que le vecteur vitesse $\vec{V}$.**
si la charge $q < 0$ alors le produit $q.\vec{V}$ a le sens contraire que de celui vecteur vitesse $\vec{V}$

- **Intensité o module :** $F = |q|V.B.\sin(\widehat{\vec{V},\vec{B}})$ **son unité en Newton** (N)

Conclusion :

La déviation du **faisceau d'électron** est dû à l'existence d'une .... qui s'exerce sur toute particule .... et en mouvement dans un **champ magnétique uniforme** qu'on appelle : ....

Application 1 : **Compléter le tableau suivant :**

3- L'énergie cinétique d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

Une particule chargée, mobile dans un champ magnétique uniforme est soumise à la force de Lorentz $\vec{F}$ qui toujour est perpendiculaire au vecteur vitesse $\vec{V}$; donc le produit scalaire $\vec{F}.\vec{V}$ est nul. $(\vec{F}.\vec{V} = 0)$.

On a … … … … … … … . . … … … .. puisque … … … … … … … … … .. $\Longrightarrow$ … … … … . . … ….

donc **puissance de la force de Lorentz** est ....

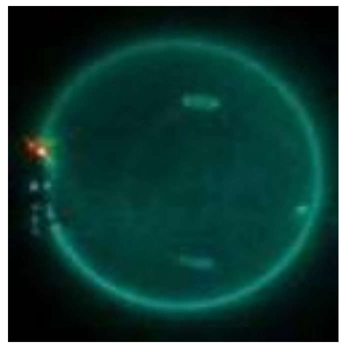
on a … … … … … … … … . … … .. , puisque … … … . . … … … … . $\Longrightarrow$ … … … … … …. $\Longrightarrow$ … … … … … … ….

Donc **l'énergie cinétique** est ....

Vitesse d'électron : on a … … … … … … . . . $\Longrightarrow$ … … … … . alors **le mouvement** de de la particule **est** ....

4- Etude du mouvement d'une particule chargée dans un champs magnétique uniforme

Etude expérimentale

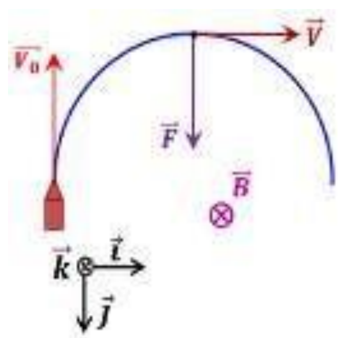


L'étude expérimentale montre que :

-Si la vitesse $\vec{V}$, des électrons est **perpendiculaire** à $\vec{B}$, le faisceau d'électrons dévie et sa trajectoire est devient **circulaire** et **son rayon** dépend de **la vitesse** et de **l'intensité du champ magnétique**.

-Si la vitesse des électrons $\vec{V}$, est **parallèle** à $\vec{B}$, le faisceau d'électrons ne subit pas de déviation.

Etude théorique :



On considère une particule chargé ($q<0$) dans un champs magnétique uniforme $\vec{B}$,
telle son vecteur vitesse $\vec{V}$ est perpendiculaire à $\vec{B}$. (Voir la figure).
on néglige le poids devant la force magnétique :
on considère le repère orthonormée $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ comme galiléen

a- L'expression du vecteur d'accélération $\vec{a}$

....

....

....

....

....

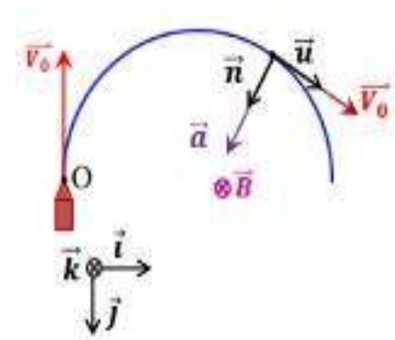
b- Montrons que le mouvement de la particule est plan :

....

....

....

c- L'expression d'accélération dans le repère du Frenet:



....

....

....

....

....

....

....

d- Montrons que le mouvement de la particule est circulaire:

....

....

....

....

....

Conclusion

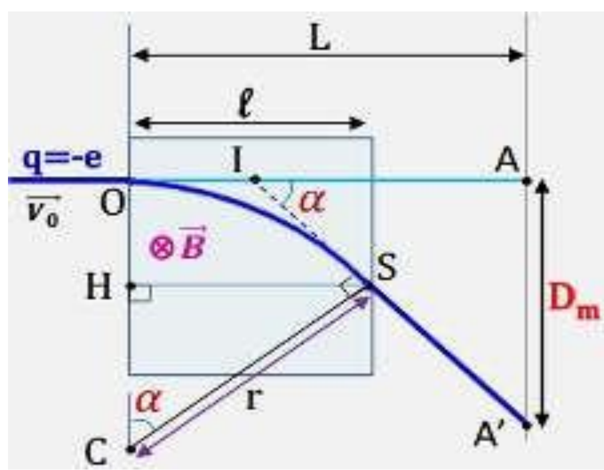
....

....

....

e- La déflexion magnétique

Un faisceau de particules identiques, de charge **q** et de masse **m**, pénétré en **O** dans une région de largeur P où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, est dirigé suivant **OA** (voir figure). Dans le champ magnétique, les particules décrivent un **arc de cercle** de rayon $r = \frac{m.V0}{|q|.B}$, et sortent du champ au point **S**. A partir de ce point leur mouvement est alors rectiligne uniforme selon la tangente **IS** à la trajectoire circulaire. Elles arrivent en **A'** sur l'écran **(E)** perpendiculaire à **OA** et situé à la distance **L** du point O. **On définit la déflexion magnétique c'est grandeur** $D_m = AA'$



Déterminer l'expression de D_m en fonction de L ; P ; q ; B; m et V_0 . Sachant que α est très petite et $L \gg P$

....

....

....

....

....

....

Conclusion

....

....

IV- Applications :

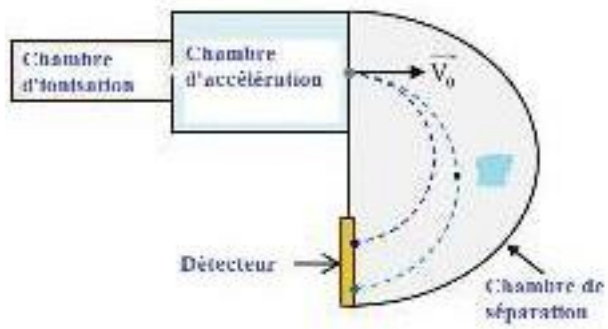
1- Le spectromètre de masse:

Le spectromètre de masse est un appareil qui permet de séparer des ions ayant des masses et des charges différentes (comme les isotopes)en utilisant les actions d'un **champ magnétique** et d'un **champ électrique**, il se compose de:

***Une chambre d'ionisation** à partir de laquelle partent les ions avec une vitesse nulle.

***Une chambre d'accélération**: dans laquelle on accélère les ions par un champ électrique uniforme et les ions la quitte avec une vitesse $\vec{V_0}$.

***Une chambre de séparation** dans laquelle, on sépare les ions en utilisant un champ magnétique uniforme $\vec{B} \perp \vec{V_0}$ et dans laquelle les ions décrivent une trajectoire demi-circulaire.



Les ions sont accélérés par un champ électrique uniforme dans la chambre d'accélération :

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre A et B: $\Delta E_C = W_{A\to B}(\vec{F})$ avec $q > 0$

$$\frac{1}{2} mV^2 - 0 = qU_{AB} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2.q.U_{AB}}{m}}$$

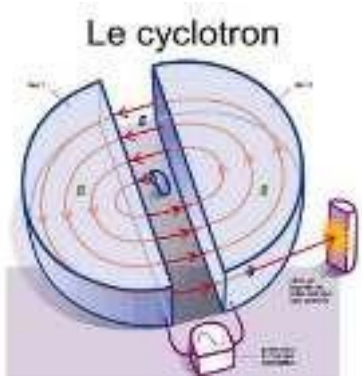
Or les ions ont des masses différentes, ils pénètrent dans la chambre de séparation par des vitesses différentes.

Lorsque l'ion qui pénètre dans la chambre de séparation avec une vitesse $\vec{V} \perp \vec{B}$ sera soumis à l'action de la force magnétique $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$ et aura un mouvement circulaire de rayon : $R = \frac{m.V_0}{|q|.B}$.

Chaque ion décrira un **demi-cercle de diamètre** : :$D = 2R = 2\frac{m.V_0}{|q|.B}$ Or le rayon dépend de la masse, chaque isotope aura **un cercle différen**t de celui des autres, ce qui permettra de séparer les isotopes les uns des autres.

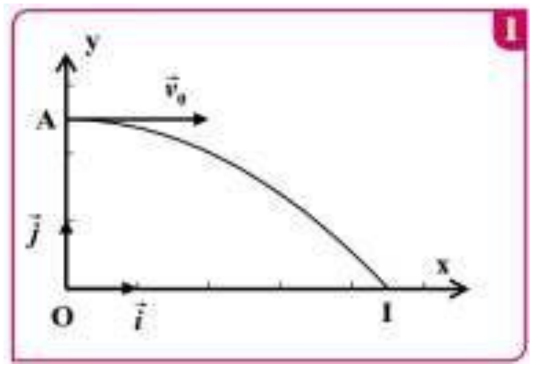
2- Le cyclotron

Le cyclotron est un accélérateur de particules ; il se compose de deux boites sous forme de demi cylindre appelées :des "**dées**" posées dans un champ magnétique uniforme et entre les boites existe un oscillateur qui produit un champ électrique uniforme et alternatif de période **T** égale à la demi période de rotation de la particule dans sa trajectoire circulaire et de cette façon la particule est accélérée chaque fois qu'elle pénètre dans le champ électrique et finalement la particule quitte le cyclotron avec une grande vitesse.



Série d'exercices : Mouvements Plans

Exercice 1 On lance, à un instant $t_0 = 0$ avec une vitesse initiale V_0 horizontale, un solide (S) de petites dimensions, de masse **m** , d'un point A qui se trouve à la hauteur h du sol. Le solide (S) tombe sur le sol au point d'impact I (**figure 1**). On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ lié à la terre supposé galiléen. - Tous les frottements sont négligeables;



Données: $g = 9,8\, m.s^{-2}$; $h = OA = 1\, m$

1- En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les expressions littérales des équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement de G .

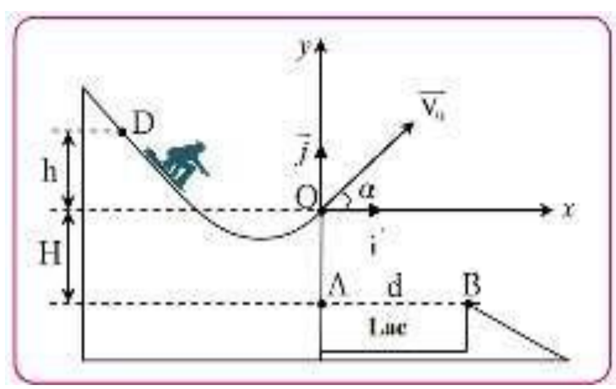
2- En déduire l'expression littérale de l'équation de la trajectoire du mouvement de **G.**

3- Calculer la valeur de t_I , l'instant d'arrivé de (S) au sol en **I.**

4- On lance de nouveau, à un instant $t_0 = 0$, le solide **(S)** du point **A** avec une vitesse initiale $\vec{v}' = 3.\vec{v}$ Recopier sur votre copie le numéro de la question et écrire la lettre correspondante à la seule proposition vraie la valeur de l'instant d'arrivé de (S) au sol vaut:

☐	$t' = 0,25\, s$	☐	$t' = 0,35\, s$	☐	$t' = 0,45\, s$	☐	$t' = 0,65\, s$

Exercice 2 Un skieur glisse sur une montagne recouverte de glace au pied de laquelle se trouve un lac d'eau . La figure suivante donne l'emplacement du lac d'eau par rapport au point O où le skieur sera obligé de quitter le sol de la montagne avec une vitesse $\vec{V}$ faisant un angle α avec l'horizontale skieur part d'un point D situé à la hauteur h par rapport au plan horizontal contenant le point O, (voir figure) .La vitesse v du skieur lors de son passage au point **O** s'exprime par la relation $V = \sqrt{g.h}$**.**



Dans un essai le skieur passe par le point O origine du repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ avec une certaine vitesse, alors il tombe dans le lac d'eau . On veut déterminer la hauteur minimale hm de la hauteur h du point D à partir duquel doit partir le skieur sans vitesse initiale pour qu'il ne tombe pas dans le lac .

Données : - Masse du skieur et ses accessoires : **m=60 kg** ; -La longueur du lac d'eau : AB = d = 10m .
- Accélération de la pesanteur : **g =10 m.s^{-2}**; - La hauteur **: H = 0,50 m** ; - L'angle : $\alpha = 30°$